Nafouz

التمرين الأول :

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z والوسيط الحقيقي α التالية :

$$(E).....z^3-(4+\alpha i)z^2+(13+4\alpha i)z-13\alpha i=0$$

1. بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه .
2. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث المعادلة (E) تكافئ المعادلة $(z-\alpha i)(z^2+az+b)=0$.
3. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

II- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و G التي لواحقها على الترتيب $z_A=\alpha i$ ، $z_B=2+3i$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_G=5$.

1. بين أن z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ هي $z_E=\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)+i\left(\frac{5+\alpha}{2}\right)$.
2. عين z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة G بالدوران r الذي مركزه I منتصف $[AB]$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.
3. احسب z_G-z_A و z_F-z_E ،ثم اكتب العدد $\frac{z_G-z_A}{z_F-z_E}$ على شكله الأسي. ماذا تستنتج ؟
4. أ) بين أن $\frac{z_F-z_E}{z_A-z_E}=\frac{(2\alpha^2-12\alpha+50)+i(2\alpha^2-10)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}$.

ب) عين قيمتي α التي تكون من أجلها النقط A ، E و F في استقامية.

جـ) من أجل قيمتي α المتحصل عليهما سابقا بين أن A تنتمي إلى الدائرة (C) التي قطرها $[BC]$.

د) استنتج في هذه الحالة طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثاني :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;2;1)$ ، $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$.

1. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .
2. تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1:-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC). ثم استنتج معادلة ديكارتية له.
3. أ) عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) .

جـ) نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي . عين العدد t حتى يكون $AS^2=AB^2$.

د) عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$. ثم احسب حجمه V.

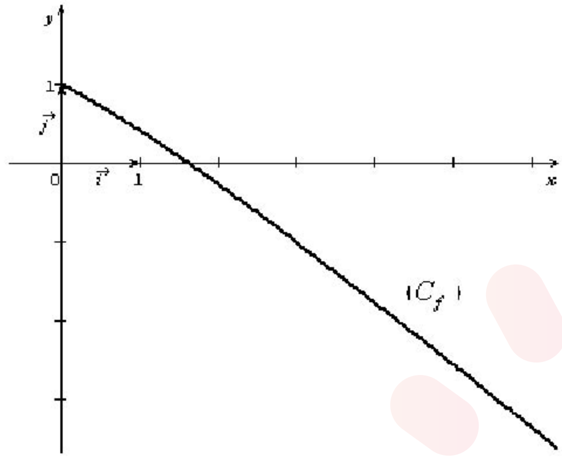
4. بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين .

5. أ) عين المجموعة (S) للنقط M التي تحقق ، $\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$.

ب) عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC).

التمرين الثالث :

1. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+\sqrt{x+1}$ و (C_f) منحناها (انظر الشكل)



أ) بقراءة بيانية عين حصرا بين عددين صحيحين للعدد α بحيث $f(\alpha)=0$.

ب) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{1+u_n}$.

أ) احسب u_1 و u_2 ثم $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+1}}}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\alpha$.

جـ) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

د) استنتج نهاية المتتالية (u_n) ثم احسبها.

التمرين الرابع :

k عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=x-1+xe^{kx}$.

نرمز بـ (C_k) للمنحنى الممثل للدالة f_k في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- نعتبر الدالة g_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g_k(x)=1+(1+kx)e^{kx}$.

1. احسب المشتق $g'_k(x)$ ثم أدرس إشارته.

2. شكل جدول تغيرات الدالة g_k، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $g_k(x)>0$.

II- 1. أ) بين جميع المنحنيات (C_k) تمر بنقطة ثابتة I يطلب تعيين إحداثيتيها.

ب) احسب نهاية الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$.

جـ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_k) بجوار $-\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f_k ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها 0.

ب) بين أن النقطة $F_k\left(-\frac{2}{k};-\frac{2}{k}(1+e^{-2})-1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_k).

4. أ) بين أن المعادلة $f_k(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0\le\alpha\le1$.

ب) بين أن المسافة بين النقطة $N(\alpha;f_1(\alpha))$ والمستقيم (D) تساوي $\alpha e^{\alpha}/\sqrt{2}$.

5. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f_k(x)+f_{-k}(-x)=-2$.ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_k) و (C_{-k})؟

ب) الشكل المرفق يمثل المنحنى (C_1). أرسم على نفس الشكل المنحنى (C_{-1}).

III- λ عدد حقيقي سالب تماما. نعتبر التكامل التالي: $I_k=\int_{\lambda}^{0}-xe^{kx}dx$.

1. هل العدد I_k يمثل مساحة ؟ علل.

2. باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب I_1 ثم $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_1$ ، فسر هذه النتيجة.

3. بين أن $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_k=\frac{1}{k^2}$.

♣ **التمرين الأول :**

I- $(E)..z^3-(4+\alpha i)z^2+(13+4\alpha i)z-13\alpha i=0$

1. نضع $z=yi$ مع y عدد حقيقي.

$z=yi$ حل للمعادلة يعني أن :

$$-iy^3+4y^2+\alpha y^2 i+13yi-4\alpha y-13\alpha i=0$$

وهذا يكافئ $\begin{cases}4y^2-4\alpha y=0\\ -y^3+\alpha y^2+13y-13\alpha=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}4y(y-\alpha)=0\\ y^2(y-\alpha)-13(y-\alpha)=0\end{cases}$ إذن $y=\alpha$

ومنه الحل التخيلي للمعادلة (E) هو $z=i\alpha$.

2. (E) تكافئ $(z-\alpha i)(z^2-4z+13)=0$.

أي $a=-4$ و $b=13$.

3. (E) تكافئ $z-\alpha i=0$ أو $z^2-4z+13=0$.

أي $z=\alpha i$ أو $(z-2)^2=9i^2$.

ومنه حلول المعادلة (E) هي: $\boxed{2+3i \text{ ، } 2-3i \text{ ، } \alpha i}$.

II- لدينا النقط A، B، C و G حيث $z_A=\alpha i$ ، $z_B=2+3i$ ، $z_C=\overline{z_B}=2-3i$ و $z_G=5$.

1. $S(B)=E$ يكافئ $z_E-z_A=\frac{\sqrt2}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}(z_B-z_A)$.

أي $z_E=\frac12(1+i)(2+3i-\alpha i)+\alpha i$ ومنه

$$z_E=\frac12(2+3i-\alpha i+2i-3+\alpha+2\alpha i)$$

إذن: $z_E=\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)+i\left(\frac{5+\alpha}{2}\right)$.

2. لدينا $r(G)=F$ و $z_I=1+\left(\frac{3+\alpha}{2}\right)i$.

ومنه $z_F-z_I=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_G-z_I)$

أي $z_F=-i(5-1-\frac{3+\alpha}{2}i)+1+\frac{3+\alpha}{2}i$

إذن : $z_F=\left(\frac{-1-\alpha}{2}\right)+i\left(\frac{\alpha-5}{2}\right)$.

3. حساب z_G-z_A و z_F-z_E .

$z_F-z_E=-\alpha-5i=-i(5-\alpha i)$ و

$$z_G-z_A=5-\alpha i$$

ومنه $\frac{z_G-z_A}{z_F-z_E}=\frac{5-\alpha i}{-i(5-\alpha i)}=\frac{1}{-i}=i=e^{i\frac{\pi}{2}}$.

الاستنتاج :

بما أن $\left|\frac{z_G-z_A}{z_F-z_E}\right|=1$ و $\arg\left(\frac{z_G-z_A}{z_F-z_E}\right)=\frac{\pi}{2}(2\pi)$

فإن $\boxed{EF=AG \text{ و } (EF)\perp(AG)}$.

4. أ) لدينا $z_F-z_E=-\alpha-5i$ ونحسب z_A-z_E

أي $z_A-z_E=\frac12[(-\alpha+1)+i(\alpha-5)]$.

ومنه $\frac{z_F-z_E}{z_A-z_E}=\frac{2(-\alpha-5i)[(1-\alpha)-(\alpha-5)i]}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}$

أي $\frac{z_F-z_E}{z_A-z_E}=\frac{(2\alpha^2-12\alpha+50)+i(2\alpha^2-10)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}$.

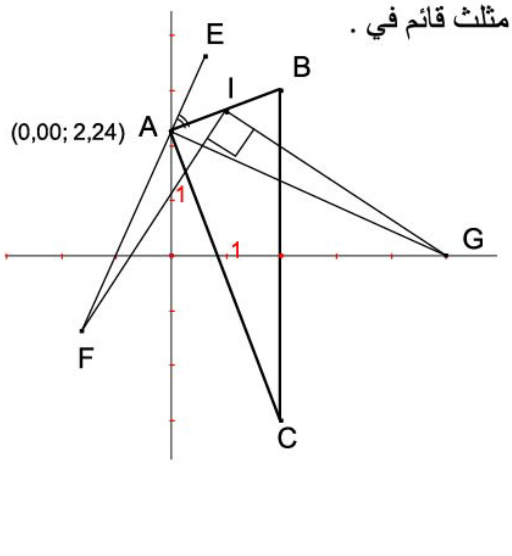
ب) A، E و F في استقامية يعني أن العدد المركب $\frac{z_F-z_E}{z_A-z_E}$ عددا حقيقيا.

ومنه $\begin{cases}2\alpha^2-10=0\\(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2\neq0\end{cases}$

إذن $\boxed{\alpha=\sqrt5 \text{ أو } \alpha=-\sqrt5}$.

جـ) من أجل $z_A=-i\sqrt5$ أو $z_A=i\sqrt5$ يمكن التحقق بسهولة أن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ وعليه النقطة A تنتمي إلى الدائرة (C) .

د) بما أن $A\in(C)$ فإن $(AB)\perp(AC)$ ومنه ABC مثلث قائم في .



♣ التمرين الثاني:

لدينا النقط $A(3;2;1)$ ، $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$

1. المثلث ABC متقايس الأضلاع بالفعل :

$\overrightarrow{AB}(0;3;3)$ ، $\overrightarrow{AC}(-3;3;0)$ و $\overrightarrow{BC}(-3;0;-3)$.

ومنه $AB=\sqrt{0^2+3^2+3^2}=AC=BC=3\sqrt{2}$.

2. $\vec{n}(1;1:-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) بالفعل:

$\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0(1)+3(1)+3(-1)=0$ و

$\overrightarrow{AC}.\vec{n}=-3(1)+3(1)+0(-1)=0$

أي $\vec{n}$ عمودي على كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

إذن : $M(x;y;z)\in(ABC)$ يعني أن $\overrightarrow{CM}.\vec{n}=0$.

أي $(x-0)+(y-5)-(z-1)=0$.

وأخيرا معادلة (ABC) هي : $\boxed{x+y-z-4=0}$.

3. أ) G مركز ثقل المثلث ABC .

إذن :

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3};\frac{y_A+y_B+y_C}{3};\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

ومنه $G(2;4;2)$.

ب) المستقيم (Δ) يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) أي يمكن أن نعتبر $(G;\vec{n})$ معلم للمستقيم (Δ) ،

ومنه $M(x;y;z)\in(\Delta)$ يكافئ $\begin{cases}x=2+k\\y=4+k\\z=2-k\end{cases}$ $k\in\mathbb{R}$.

ج) نلاحظ أن S نقطة من المستقيم (Δ).

$AS^2=AB^2$ يكافئ

$(t-1)^2+(t+2)^2+(1-t)^2=18$.

أي $3t^2+6=18$ ومنه $t\in\{2;-2\}$.

ومنه $S(4;6;0)$ أو $S(0;2;4)$.

د) F تنتمي إلى (Δ) ومنه المثلثات FGA ، FGB و FGC قائمة ومتقايسة لأن $GA=GB=GC$ ومنه $FA=FB=FC=AB$.

إذن: $FABC$ رباعي الوجوه منتظم .

• $V=\frac{1}{3}S_{ABC}\times FG=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}AB^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)FG$.

لدينا $\overrightarrow{FG}(-2;-2;2)$ ومنه $FG=2\sqrt{3}$.

إذن : $V=9u.v$.

4. لدينا $\overrightarrow{FA}(-1;-4;1)$ و $\overrightarrow{BC}(-3;0;-3)$

ومنه $\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{BC}=0$.

إذن : المستقيمان (FA) و (BC) متعامدان .

5. أ) لتكن I منتصف قطعة المستقيم $[FG]$.

$\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$ يكافئ $\|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF}\|=6$

أي $\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$ يكافئ $2\overrightarrow{MI}=6$

إذن:المجموعة (S) هي سطح الكرة التي مركزها I ونصف قطرها 3 .

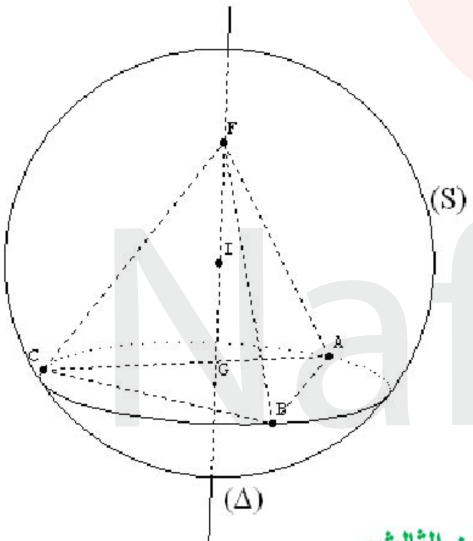
ب) بما أن I تنتمي إلى (Δ) فإن

$IG=d(ABC;I)=\sqrt{3}$.

ومنه المجموعة (S) والمستوي (ABC) يتقاطعان في دائرة مركزها G ونصف قطرها $r=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$.

بما أن متوسط المثلث المتقايس الأضلاع ABC يساوي $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ فإن $AG=\frac{2}{3}\left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)=\sqrt{6}$.

إذن : المجموعة (S) والمستوي (ABC) يتقاطعان في دائرة المحيطة بالمثلث ABC .



♣ التمرين الثالث:

1. f معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\sqrt{x+1}$

أ) $1\le\alpha\le2$.

ب)

x	0		α		$+\infty$
$f(x)$	1	+	0	-	

• إذا كان $0\le x\le\alpha$ فإن $f(0)\ge f(x)\ge f(\alpha)=0$.

• إذا كان $x\ge\alpha$ فإن $f(x)\le f(\alpha)=0$.

(f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$)

2. المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{1+u_n}$.

أ) حساب u_1 و u_2 ثم $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+1}}}$.

$u_1=\sqrt{2}=1.414$ ، $u_2=\sqrt{1+\sqrt{2}}=1.554$ و

$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+1}}}=u_3=1.598$.

ب) نبرهن بالتراجع على الخاصية التالية :

من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\alpha$.

• من أجل $n=0$ ، $u_0=1$ أي $1\le u_0\le\alpha$.

• نفرض أن $1\le u_n\le\alpha$ من أجل $n\ge 0$.

• نبرهن أن $1\le u_{n+1}\le\alpha$.

لدينا $1\le u_n\le\alpha$ ومنه $2\le u_n+1\le\alpha+1$.

وبما أن الدالة الجذر التربيعي متزايدة فإن

$\sqrt{2}\le\sqrt{u_n+1}\le\sqrt{\alpha+1}$ ومنه

$1\le\sqrt{2}\le\sqrt{u_n+1}\le\sqrt{\alpha+1}=\alpha$

لأن $f(\alpha)=0$.

إذن : $1\le u_{n+1}\le\alpha$.

وأخيرا، من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\alpha$.

جـ) لدينا $u_{n+1}-u_n=f(u_n)$ و $1\le u_n\le\alpha$.

بما أن $f(x)\ge 0$ موجبة على المجال $[0;\alpha]$ فإن

$u_{n+1}-u_n\ge 0$.

إذن : المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

• المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى فهي إذن متقاربة. أي $\lim u_n=l$.

د) لدينا $\lim u_n=l$ ومنه $l=\sqrt{l+1}$ أي

$f(l)=0$ إذن : $l=\alpha$.

$f(\alpha)=0$ يكافئ $\alpha^2-\alpha-1=0$

أي $\alpha=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ أو $\alpha=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

بما أن $u_n>0$ فإن $l=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. (العدد الذهبي)

♣ التمرين الرابع:

k عدد حقيقي موجب تماما ، f_k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=x-1+xe^{kx}$.

I- g_k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g_k(x)=1+(1+kx)e^{kx}$.

1. g_k قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و

$$g_k'(x)=k(2+kx)e^{kx}$$

• $g_k'(x)=0$ يكافئ $2+kx=0$ أي $x=-\frac{2}{k}$.

إذن :

x	$-\infty$		$-2/k$		$+\infty$
$g_k'(x)$		-	0	+	

k عدد حقيقي موجب تماما و $e^{kx}>0$.

2. جدول تغيرات الدالة g_k .

x	$-\infty$		$-2/k$		$+\infty$
$g_k'(x)$		-	0	+	
$g_k(x)$		$\searrow$	$1-e^{-2}$	$\nearrow$	

حسب جدول التغيرات $g_k(x)\ge 1-e^{-2}>0$.

إذن : من أجل كل عدد حقيقي x، $g_k(x)>0$.

II-1. أ) لدينا $f_k(0)=-1$.

إذن:جميع المنحنيات (C_k) تمر بالنقطة $I(0;-1)$.

ب)

• $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=-1+\lim_{x\to-\infty} x(1+e^{kx})=-\infty$

• $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$.

جـ) (D) مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_k) بجوار $-\infty$ بالفعل:

$$\lim_{x\to-\infty} f_k(x)-(x-1)=\frac{1}{k}\lim_{x\to-\infty} kxe^{kx}=0 .$$

2. • f_k قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و

$$f_k'(x)=1+(1+kx)e^{kx}=g_k(x)>0$$

إذن : الدالة f_k متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

• جدول تغيراتها الدالة f_k .

x	$-\infty$		$+\infty$
$f_k'(x)$		+	
$f_k(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

3. أ) معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_k):

لدينا $f_k'(0)=g_k(0)=2$ و $f_k(0)=-1$ ومنه

$$y=f_k'(0)(x-0)+f_k(0)=2x-1$$

ب) بما أن $f_k'(x)=g_k(x)$ فإن $f_k''(x)=g_k'(x)$

لدينا مما سبق $f_k''(x)$ ينعدم عند $-\frac{2}{k}$ ويغير إشارته عندها

إذن : النقطة $F_k\left(-\frac{2}{k};f_k(-\frac{2}{k})\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_k)، أي $F_k\left(-\frac{2}{k};-\frac{2}{k}(1+e^{-2})-1\right)$.

4. أ) حسب جدول التغيرات f_k دالة مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[0;1]$ و $f_k(0)\times f_k(1)=-e^k<0$.

إذن : حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]0;1[$ بحيث $f_k(\alpha)=0$.

(α حل للمعادلة $f_k(x)=0$)

ب) لتكن d المسافة بين النقطة $N(\alpha;f_1(\alpha))$ والمستقيم (D).

ومنه $d=\frac{|\alpha-0-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{1-\alpha}{\sqrt{2}}$. $((\alpha-1<0))$

لدينا أيضا $f_1(\alpha)=0$ ومنه $\alpha e^{\alpha}=1-\alpha$.

إذن : $d=\alpha e^{\alpha}/\sqrt{2}$.

5. أ) من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f_k(x)+f_{-k}(-x)=(x-1+xe^{kx})+(-x-1-xe^{kx})$$

أي $f_k(x)+f_{-k}(-x)=-2$.

• الاستنتاج :

إذا كانت $M(x;f_k(x))$ نقطة من (C_k) فإن $M'(-x;-f_k(x)-2)$ نقطة من (C_{-k}).

وبما أن منتصف $[MM']$ هي النقطة $I(0;-1)$ فإن (C_k) و (C_{-k}) متناظرين بالنسبة للنقطة I.

ب) المنحنى (C_{-1}).

III- $I_k=\int_{\lambda}^{0}-xe^{kx}dx$ ، حيث $\lambda<0$.

1. من أجل كل عدد حقيقي $x\le 0$ ،

$(x-1)-f_k(x)=-xe^{kx}\ge 0$.

إذن : I_k هو مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_k) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\lambda$ و $y=x-1$.

2. $I_1=\int_{\lambda}^{0}-xe^{x}dx$

نضع $\begin{cases}u(x)=-x\\v'(x)=e^{x}\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}u'(x)=-1\\v(x)=e^{x}\end{cases}$ ومنه

$$I_1=\int_{\lambda}^{0}-xe^{x}dx=[-xe^{x}+e^{x}]_{\lambda}^{0}$$

إذن : $I_1=1+\lambda e^{\lambda}-e^{\lambda}$.

• $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_1=1$.

• هذه النهاية تعني أن مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_k) ومحور التراتيب والمستقيم (D) تساوي 1.

3. نضع $\begin{cases}u(x)=-x\\v'(x)=e^{kx}\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}u'(x)=-1\\v(x)=\frac{1}{k}e^{kx}\end{cases}$

ومنه $I_k=\int_{\lambda}^{0}-xe^{kx}dx=[-\frac{x}{k}e^{kx}+\frac{1}{k^2}e^{kx}]_{\lambda}^{0}$

إذن : $I_k=\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k^2}\left(\lambda k e^{k\lambda}-e^{k\lambda}\right)$.

• $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_k=\frac{1}{k^2}$. ($\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$)